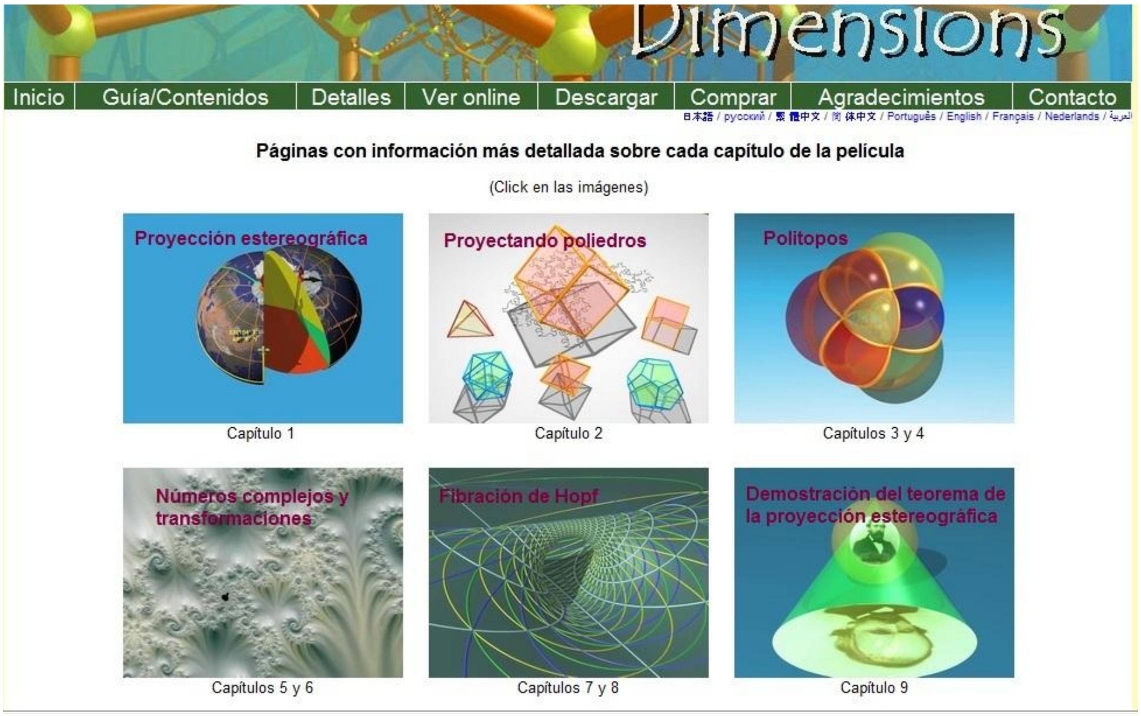
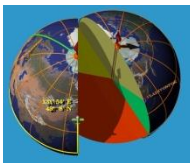


Esto es un apunte personal sobre el contenido de las películas Dimensions con imágenes extraídas de la página de sus autores .Tienes el índice detallado, con explicaciones, imágenes y animaciones en el sitio original, te recomiendo que lo visites :

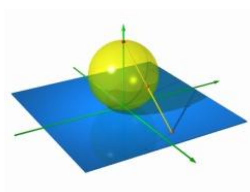
http://www.dimensions-math.org/Dim_chap_ES.htm

- **Capítulo 1: Dimensión dos (Hiparco S II aC)**



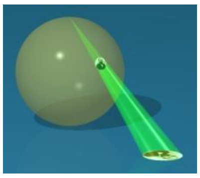
En este capítulo puedes encontrar una explicación sobre las coordenadas geográficas que te permiten describir la posición de cualquier punto sobre la superficie de la tierra.

En la segunda parte se introduce la proyección estereográfica que permite representar la esfera en un plano, destacando entre sus propiedades el conservar la forma de las regiones pequeñas. Nos está presentando el método para visualizar un objeto de dimensión cuatro mediante otro de dimensión tres.



- **Capítulo 2: Dimensión tres (M.C. Escher S XX)**

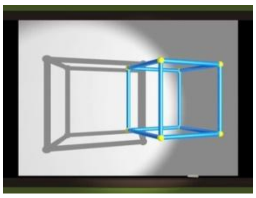
En este capítulo nos encontramos con Escher: en su dibujo *Reptiles*, podemos ver unos lagartos dibujados en el plano que con algunas dificultades consiguen salir de éste y pasearse por algunos objetos situados sobre una mesa. Este dibujo nos acerca al problema que nos ocupa: nosotros, seres que vivimos en un mundo de dimensión tres, necesitamos salir de este mundo para ver los objetos de la cuarta dimensión.
También nos encontramos con el relato *Planilandia* en el que un cuadrado vive en un mundo plano, percibe los sólidos platónicos mediante la sección con el plano en el que habita, observando estas secciones poco a poco va descubriendo una nueva dimensión.



Finalmente nos explica cómo va a utilizar la proyección estereográfica para mostrarnos los poliedros regulares, los infla para redondearlos y que puedan rodar por el plano mientras nos va mostrando la proyección que resulta en cada posición.

- **Capítulos 3 y 4: Dimensión cuatro (Ludwig Schäfli S XIX)**

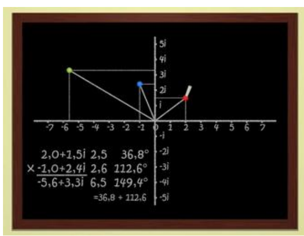
En estos capítulo se nos presentan los objetos de la cuarta dimensión desde distintos puntos de vista: añadiendo una coordenada más a los puntos, o prolongando la secuencia segmento- triángulo- tetraedro y tratando de imaginar un nuevo objeto que respete la progresión que se observa en el número de caras, vértices o aristas. A partir de estas observaciones se introducen los politopos, los poliedros en el espacio de dimensión 4.



Para estudiar estos nuevos cuerpos se utilizan varios métodos: las secciones , las sombras que proyectan y la proyección estereográfica adaptada a esta nueva dimensión.

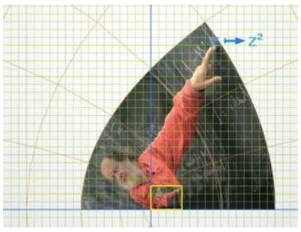
- **Capítulos 5 : Números complejos (Adrien Douady S XX)**

En este capítulo se presentan los puntos del plano como números complejos, en lugar de pensar que cada punto tiene dos coordenadas le asociamos un

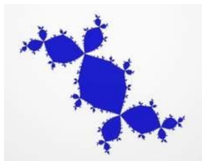


solo número, eso sí es un número complejo. De esta forma dejamos de observar el plano como un objeto bidimensional para observarlo como un objeto unidimensional.

- **Capítulo 6: Números complejos … suite**

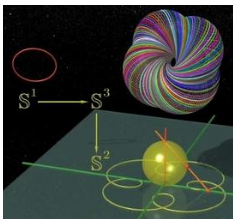


Seguimos con los números complejos para analizar ahora algunas transformaciones: dividir por dos, multiplicar por i, multiplicar por (1+i), elevar al cuadrado, el opuesto del inverso, o sumarle su inverso multiplicado por un número. En ellas se observa el efecto sobre un objeto reconocible como puede ser la circunferencia para terminar centrándose en un ejemplo que conserva la forma de los objetos.
Termina este capítulo con la transformación que a cada complejo le asocia su cuadrado mas otro número complejo $T(z)=z^2+c$, transformación que se aplica sucesivamente a los números obtenidos para observar lo que ocurre. Y ocurre que en algunos casos no se observa nada, el dibujo desaparece, se pierde hacia el infinito, pero en otros adquiere formas muy sugerentes. El conjunto de puntos z para los que el dibujo es estable es un conjunto de Julia, y el conjunto de valores c para los que podemos ver el conjunto de Julia es el conjunto de Mandelbrot. La película termina adentrándonos en este último en una secuencia de gran belleza.



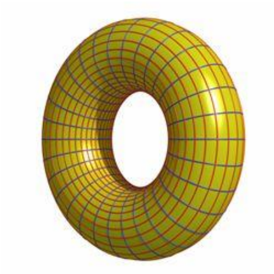
- **Capítulo 7: Fibración (Heinz Hopf S)**

Este capítulo empieza analizando el plano complejo, espacio de dimensión 4 si pensamos en números reales, para terminar describiendo la esfera de radio 1, S3, en este plano complejo, observando su intersección con los ejes. Resulta así una descomposición en círculos de dicha esfera que recibe el nombre de Fibración de Hopf.



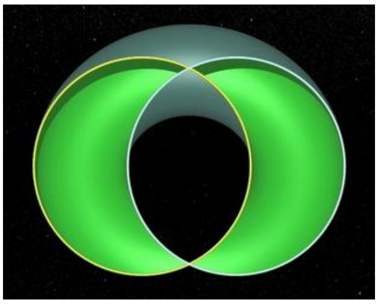
A continuación pasa o observar estos círculos utilizando de nuevo la proyección estereográfica de la esfera S3 desde su polo norte sobre el espacio tangente en su polo sur. Este último sería nuestro espacio tridimensional.

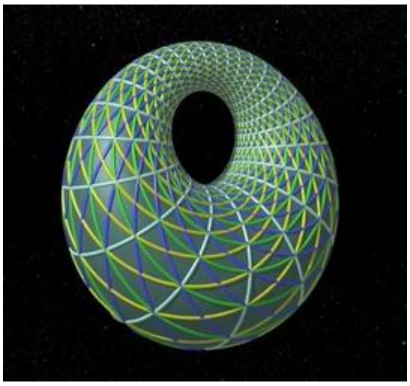
- **Capítulo 8: Fibración, suite**



Desplazándonos por los paralelos de la esfera vamos observando los toros que corresponden a cada paralelo. En el polo sur podemos ver un solo círculo y en el polo norte una recta, círculo que pasa por el infinito.

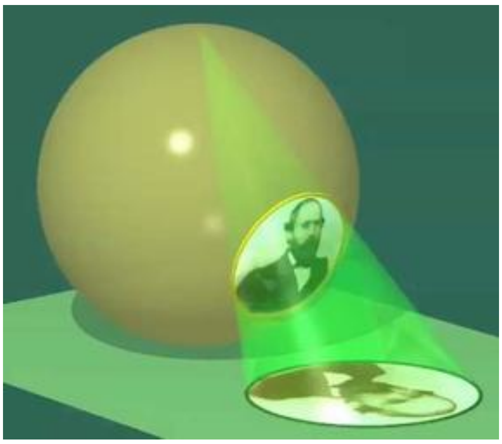
A continuación observamos la sección de un toro por un plano bitangente. La sección resulta ser dos círculos, conocidos como círculos de Villarceau. Cada punto del toro puede cortarse mediante cuatro planos, paralelos meridianos y los dos de Villanceau obteniéndose así cuatro círculos para cada punto.





Para terminar podemos observar el toro de revolución en la esfera S3 que gira en el espacio de dimensión cuatro y se proyecta estereográficamente en el espacio de dimensión 3. Se pueden observar unas superficies con las mismas familias de círculos, los cíclidos de Dupin. Al pasar la esfera por el polo de proyección podemos ver como las superficies exterior e interior se intercambian, el toro se vuelve del revés, en un baile continuo.

- **Capítulo 9: Demostración (Bernhard Riemann S XIX)**



Finalmente se presenta la demostración del teorema sobre la proyección estereográfica

Teorema:
La proyección estereográfica transforma un círculo dibujado en una esfera, que no pasa a través del polo norte, en un círculo dibujado en el plano tangente al polo sur.